Exercice 18 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par : $f(x) = |x-1|.e^x$.

1°/ Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 1$. Interpréter graphiquement.

2°/ Etudier les variations de f et tracer sa courbe (C) dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$.

3°/ Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites : $x = 0$ et $x = 2$.

Exercice 19 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbf{R}_+$ par : $f(x) = e^{\sqrt{x}} + 1$.

1°/a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter.

b) Etudier les variations de f.

2°/ Tracer la courbe (C) de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3°/a) Montrer que f est une bijection de $\mathbf{R}_+$ sur un intervalle J que l'on précisera.

On note $g = f^{-1}$. Tracer la courbe (C') de g dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

b) Montrer que $\forall x \in [2,+\infty[\ ,\ g(x) = \ln^2(x-1)$.

4°/a) Calculer à l'aide de deux intégrations par parties l'intégrale $J = \int_2^{e+1} g(x)\,dx$.

b) Que représente géométriquement J ?

5°/ Soit A l'aire de la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites $x = 0$ et $x = 1$.

a) Montrer que $A + J = e + 1$.

b) En déduire A.